

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Мордовский государственный педагогический
университет имени М.Е. Евсевьева»**

Физико-математический факультет
Кафедра математики и методики обучения математике

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Математический анализ

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Математика. Физика

Форма обучения: очная

Разработчики:

Капкаева Л. С., докт. пед. наук, профессор кафедры математики и методики обучения математике

Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры, протокол № 10 от 15.04.2021 года

И. о. зав. кафедрой



Храмова Н. А.

1. Цель и задачи изучения дисциплины

Цель изучения дисциплины – формирование систематизированных знаний в области математического анализа, о его месте и роли в системе математических наук, приложениях в естественных науках.

Дисциплина направлена на идейную подготовку к восприятию более глубоких математических понятий, развитие логического мышления, математической культуры, в частности, математической интуиции, а также на профессиональную подготовку: формирование умений проводить анализ и поиск решения задачи, доказательства теоремы, применять модельные примеры и наглядные (в т. ч. мультимедийные) средства обучения.

Задачи дисциплины:

- выработать умения и навыки вычисления пределов, нахождения производных и интегралов, доказательства свойств и теорем, относящихся к основным понятиям математического анализа;
- выработать умения и навыки вычисления пределов, нахождения производных и интегралов, доказательства свойств и теорем, относящихся к основным понятиям математического анализа;
- научить применять методы математического анализа для решения задач, нахождения геометрических и физических величин;
- познакомить с современными направлениями развития математического анализа и его приложениями;
- дать научное обоснование школьного курса «Алгебра и начала анализа».

В том числе воспитательные задачи:

- формирование мировоззрения и системы базовых ценностей личности;
- формирование основ профессиональной культуры обучающегося в условиях трансформации области профессиональной деятельности

2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина К.М.06.05 «Математический анализ» относится к вариативной части учебного плана.

Дисциплина изучается на 2, 3 курсе, в 3, 4, 5 семестрах.

Для изучения дисциплины требуется: Знание математики в объеме школьного курса

Освоение дисциплины К.М.06.05 «Математический анализ» является необходимой основой для последующего изучения дисциплин (практик):

Б3.01 Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена;

К.М.06.04 Геометрия;

К.М.06.09 Математическое моделирование;

К.М.06.10 Методика обучения математике;

К.М.06.27 Численные методы;

Б1.В.ДВ.05.01 Элементы функционального анализа;

К.М.06.ДВ.06.03 Интеграция алгебраического и геометрического методов в обучении математике.

Область профессиональной деятельности, на которую ориентирует дисциплина «Математический анализ», включает: 01 Образование и наука (в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования, профессионального обучения, профессионального образования, дополнительного образования).

Типы задач и задачи профессиональной деятельности, к которым готовится обучающийся, определены учебным планом.

3. Требования к результатам освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

Компетенция в соответствии ФГОС ВО	
Индикаторы достижения компетенций	Образовательные результаты
ПК-3. Способен реализовывать образовательные программы различных уровней в соответствии с современными методиками и технологиями, в том числе информационными, для обеспечения качества учебно-воспитательного процесса педагогическая деятельность	
ПК-3.2. Осуществляет отбор предметного содержания, методов, приемов и технологий, в том числе информационных, обучения математике, организационных форм учебных занятий, средств диагностики в соответствии с планируемыми результатами обучения	знать: - основные понятия и методы математического анализа; - математическую терминологию и символику этой науки; - геометрический и физический смыслы основных понятий и теорем; - приемы решения задач с помощью методов математического анализа; - виды геометрических и физических задач, решаемых методами математического анализа; уметь: - проводить исследование основных понятий, вычислять пределы, находить производные и интегралы; владеть: - современными знаниями о математическом анализе и его приложениях; - основными понятиями школьного курса «Алгебра и начала анализа».

проектная деятельность

ПК-7. Способен проектировать индивидуальные образовательные маршруты обучающихся по преподаваемым учебным предметам
--

ПК-7.1. Разрабатывает индивидуально ориентированные учебные материалы по математике и информатике с учетом индивидуальных особенностей обучающихся, их особых образовательных потребностей.	знать: - принципы проектирования индивидуальных образовательных траекторий; - основные компоненты математических способностей учащихся: алгоритмический (или вычислительный), геометрический, логический; - психофизиологические особенности учащихся, в частности асимметричность полушарий головного мозга и в связи с этим особенности двух типов мышления: аналитического и геометрического; - основные компоненты математических способностей учащихся: алгоритмический (или вычислительный), геометрический, логический; уметь: - проектировать индивидуальную образовательную траекторию ученика; - проводить мониторинг развития математических способностей ученика; - составлять индивидуальные математические задания, учитывающие разные стили мышления учащихся; - проектировать индивидуальную образовательную траекторию ученика; владеть: - приемами проектирования индивидуальных образовательных
---	---

	траекторий учащихся; - приемами мониторинга развития математических способностей учащихся; - приемами составления индивидуальных математических заданий, учитывающих разные стили мышления учащихся.
--	--

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Общая трудоемкость	Общая трудоемкость	Контактная работа	Практические	Лекции	Самостоятельная работа	Вид промежуточной аттестации
Период контроля	Часы	ЗЕТ	Всего			Всего	Экзамен
Всего	288	8	168	102	66	78	42
Третий семестр	108	3	54	36	18	18	Экзамен-36
Четвертый семестр	108	3	66	34	32	38	Экзамен-4
Пятый семестр	72	2	48	32	16	22	Экзамен-2

5. Содержание дисциплины

5.1. Содержание модулей дисциплины

Модуль 1. Действительные числа. Теория пределов:

Вводное занятие. Определение предела последовательности и его геометрический смысл. Арифметические свойства предела последовательности. Теоремы о предельном переходе в неравенствах. Предел монотонной последовательности. Определение предела функции по Гейне и по Коши. Односторонние пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, сравнение бесконечно малых. Замечательные пределы.

Модуль 2. Теория пределов и непрерывность функции одной переменной:

Непрерывность функции. Точки разрыва. Предел и непрерывность сложной функции. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Теорема Вейерштрасса, теорема Больцано-Коши. Теорема о непрерывности обратной функции. Исследование функций на непрерывность.

Модуль 3. Дифференциальное исчисление функций одной переменной:

Определение производной и дифференциала. Производные основных элементарных функций. Правила вычисления производных. Геометрический и физический смыслы производной и дифференциала. Уравнение касательной к графику дифференцируемой функции. Производная обратной функции. Производная и дифференциал сложной функции. Производная параметрически заданной и неявной функций. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Теоремы о среднем для дифференцируемых функций: Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Исследование функции на монотонность. Экстремум функции. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке. Решение текстовых задач на наименьшее и наибольшее значения. Выпуклость и точки перегиба графика функции. Асимптоты графика.

Модуль 4. Интегральное исчисление функций одной переменной:

Первообразная и неопределенный интеграл, их свойства. Основные методы интегрирования. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование простейших иррациональных функций. Интегрирование

дифференциального бинорма. Понятие определенного интеграла и условия его существования. Свойства определенного интеграла. Определенный интеграл с переменным верхним пределом, формула Ньютона-Лейбница. Методы вычисления определенного интеграла. Приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы, их свойства и вычисление.

Модуль 5. Теория рядов в действительной области:

Понятие числового ряда. Сходимость рядов с неотрицательными членами. Признаки Даламбера и Коши. Знакопередающие ряды. Признак Лейбница. Функциональные последовательности и ряды. Область сходимости функционального ряда. Свойства степенных рядов: почленное интегрирование и дифференцирование. Ряд Тейлора. Разложение функций в степенные ряды.

Модуль 6. Интегральное исчисление функций многих переменных:

Понятие двойного интеграла и его свойства. Вычисление двойного интеграла сведением к повторному (случаи прямоугольной и произвольной области). Геометрический смысл двойного интеграла: объем цилиндрического бруса. Замена переменных в двойном интеграле, переход к полярным координатам. Геометрические и физические приложения двойного интеграла.

5.2. Содержание дисциплины: Лекции (66 ч.)

Модуль 1. Действительные числа. Теория пределов (10 ч.)

Тема 1. Вводное занятие (2 ч.)

Предмет математического анализа. Исторические сведения. Множества и их свойства. Ограниченные и неограниченные множества, верхняя и нижняя грани числовых множеств. Теорема существования верхней и нижней граней.

Тема 2. Определение предела последовательности и его геометрический смысл. Арифметические свойства предела последовательности. (2 ч.)

Понятие числовой последовательности, способы задания. Определение предела последовательности и его геометрический смысл. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, связь между ними. Арифметические свойства предела последовательности.

Тема 3. Теоремы о предельном переходе в неравенствах. Предел монотонной последовательности. (2 ч.)

Теоремы о предельном переходе в неравенствах и о пределе промежуточной последовательности. Монотонные последовательности. Теорема о пределе монотонной последовательности.

Тема 4. Определение предела функции по Гейне и по Коши. Односторонние пределы. (2 ч.)

Определение предела функции по Гейне и по Коши. Свойства предела функции. Односторонние пределы.

Тема 5. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, сравнение бесконечно малых. Замечательные пределы. (2 ч.)

Бесконечно малые и бесконечно большие функции, сравнение бесконечно малых. Первый замечательный предел и следствия из него. Второй замечательный предел.

Модуль 2. Теория пределов и непрерывность функции одной переменной (8 ч.)

Тема 6. Непрерывность функции. Точки разрыва (2 ч.)

Непрерывность функции в точке и на множестве. Свойства непрерывных функций. Односторонняя непрерывность. Классификация точек разрыва.

Тема 7. Предел и непрерывность сложной функции. (2 ч.)

Теорема о пределе и непрерывности сложной функции и следствие из неё. Применение непрерывности к вычислению пределов. Предел степенно-показательной функции.

Тема 8. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Теорема Вейерштрасса, теорема Больцано-Коши (2 ч.)

Свойства функций, непрерывных на отрезке. Теорема Вейерштрасса, теорема Больцано-Коши и следствия из них.

Тема 9. Теорема о непрерывности обратной функции. Исследование функций на

непрерывность. (2 ч.)

Теорема о непрерывности обратной функции и её применение. Примеры исследования функций на непрерывность.

Модуль 3. Дифференциальное исчисление функций одной переменной (16 ч.)

Тема 10. Определение производной и дифференциала. Производные основных элементарных функций. Правила вычисления производных. (2 ч.)

Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной и дифференциала функции. Производные основных элементарных функций. Правила вычисления производных.

Тема 11. Геометрический и физический смыслы производной и дифференциала. Уравнение касательной к графику дифференцируемой функции. (2 ч.)

Геометрический и физический смыслы производной и дифференциала. Уравнение касательной к графику дифференцируемой функции. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции.

Тема 12. Производная обратной функции. Производная и дифференциал сложной функции. (2 ч.)

Теорема о производной обратной функции и её применение к нахождению производных обратных тригонометрических функций. Производная и дифференциал сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала.

Тема 13. Производная параметрически заданной и неявной функций. (2 ч.)

Способы нахождения производной параметрически заданной и неявной функций. Понятие логарифмической производной. Производная степенно-показательной функции.

Тема 14. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. (2 ч.)

Повторное дифференцирование. Производные и дифференциалы высших порядков и их свойства. Формула Лейбница.

Тема 15. Теоремы о среднем для дифференцируемых функций: Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши (2 ч.)

Теоремы о среднем для дифференцируемых функций: Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. и их применение к решению задач. Формула Тейлора. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей.

Тема 16. Исследование функции на монотонность. Экстремум функции. (2 ч.)

Признак монотонности функции. Исследование функции на монотонность. Понятие экстремума функции, необходимое условие экстремума, достаточные условия экстремума. Исследование функции на выпуклость. Поиск наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке. Построение графика функции.

Тема 17. Функции многих переменных. Частные производные и полный дифференциал. Исследование функций многих переменных на локальный экстремум (2 ч.)

Функции многих переменных. График и линии уровня. частные производные первого и высшего порядка. Теорема о равенстве смешанных производных. Дифференцируемость. Инвариантность формы дифференциала. Исследование функции двух и трех переменных на экстремум. Критерий Сильвестра знакопостоянства квадратичных форм. Достаточные условия локального экстремума для функции многих переменных. Достаточные условия локального экстремума для случая двух переменных.

Модуль 4. Интегральное исчисление функций одной переменной (16 ч.)

Тема 18. Первообразная и неопределенный интеграл, их свойства (2 ч.)

Первообразная и неопределенный интеграл, их свойства и геометрический смысл. Таблица неопределенных интегралов основных элементарных функций. Правила вычисления первообразной.

Тема 19. Основные методы интегрирования. Интегрирование рациональных функций. (2 ч.)

Основные методы интегрирования: замена переменной, интегрирование по частям. Интегрирование рациональных функций: метод неопределенных коэффициентов.

Тема 20. Интегрирование рациональных функций (2 ч.)

Сообщение алгоритма интегрирования рациональных функций.

Тема 21. Интегрирование простейших иррациональных функций (2 ч.)

Интегрирование иррациональных выражений. Методы интегрирования квадратичных иррациональностей.

Тема 22. Понятие определенного интеграла и условия его существования (2 ч.)

Определение определенного интеграла и условий его существования. Суммы Дарбу. Интегрируемость непрерывной функции

Тема 23. Свойства определенного интеграла. Определенный интеграл с переменным верхним пределом, формула Ньютона-Лейбница. Методы вычисления определенного интеграла (2 ч.)

Основная теорема интегрального исчисления. Формула Ньютона-Лейбница.

Тема 24. Приложения определенного интеграла (2 ч.)

Вычисление длины кривой, площади криволинейной трапеции, объема тела вращения

Тема 25. Несобственные интегралы, их свойства и вычисление. (2 ч.)

Обобщение определенного интеграла на случай неограниченного промежутка и неограниченной функции. Способы исследования несобственного интеграла на сходимость

Модуль 5. Теория рядов в действительной области(8 ч.)

Тема 26. Понятие числового ряда (2 ч.)

Понятие числового ряда и его суммы. сходящиеся и расходящиеся числовые ряды. Гармонический ряд. Необходимое условие сходимости ряда.

Тема 27. Сходимость рядов с неотрицательными членами. Признаки Даламбера и Коши. Знакопередающие ряды. Признак Лейбница. (2 ч.)

Исследование сходимости рядов с неотрицательными членами. Признаки сравнения, Даламбера, Коши, интегральный. Исследование применимости методов. Исследование знакопередающихся рядов на сходимость. Условная и абсолютная сходимость. Теоремы о перестановке членов абсолютно сходящегося и условно сходящегося рядов.

Тема 28. Функциональные последовательности и ряды. Область сходимости функционального ряда. Степенные ряды. Радиус и интервал сходимости степенного ряда. Теорема Абеля. (2 ч.)

Исследование сходимости функциональных последовательностей и рядов. Равномерная сходимость. Интегрирование и дифференцирование равномерно сходящегося ряда. Исследование сходимости степенных рядов. Теорема Абеля. Радиус и интервал сходимости степенного ряда. Почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов

Тема 29. Ряд Тейлора. Разложение функций в степенные ряды. (2 ч.)

Ряд Тейлора. Разложение функций в степенные ряды. Приложение степенных рядов к вычислению пределов и приближенным вычислениям

Модуль 6. Интегральное исчисление функций многих переменных (8 ч.)

Тема 30. Понятие двойного интеграла и его свойства. Вычисление двойного интеграла. (2 ч.)

Понятие двойного интеграла и условия его существования. Геометрический смысл двойного интеграла: задача об объеме цилиндрического бруса. Основные свойства двойного интеграла, теорема о среднем значении и ее геометрический смысл.

Тема 31. Вычисление двойного интеграла (2 ч.)

Повторные интегралы. Вычисление двойного интеграла сведением к повторному. Замена переменных в двойном интеграле. Переход к полярным координатам.

Тема 32. Криволинейные интегралы первого и второго рода. Основные свойства. Вычисление. (2 ч.)

Криволинейные интегралы первого рода. Основные свойства. Вычисление.

Тема 33. Криволинейные интегралы второго рода. Основные свойства. Вычисление. (2 ч.)

Криволинейные интегралы второго рода. Основные свойства. Вычисление. Формула Грина-Остроградского. Независимость криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования.

5.3. Содержание дисциплины: Практические (102 ч.)

Модуль 1. Действительные числа. Теория пределов (18 ч.)

Тема 1. Метод математической индукции (2 ч.)

Полная и неполная индукции. Метод математической индукции и его применение к доказательству утверждений. Решение задач.

Тема 2. Модуль числа и его свойства (2 ч.)

Понятие модуля числа и его геометрический смысл. Свойства модуля. Решение уравнений и неравенств с модулем.

Тема 3. Элементарные функции, их свойства и графики (2 ч.)

Элементарные функции, их свойства и графики. Четная и нечетная функции, монотонные функции, периодические функции, ограниченные и неограниченные функции. Кусочно-заданные функции и их графики.

Тема 4. Предел числовой последовательности (2 ч.)

Предел числовой последовательности, решение задач с помощью определения предела последовательности и задач на вычисление пределов.

Тема 5. Второй замечательный предел. Сравнение бесконечно малых (2 ч.)

Второй замечательный предел. Сравнение бесконечно малых. Решение задач на нахождение предела последовательности.

Тема 6. Предел функции (2 ч.)

Предел функции и его свойства. Нахождение пределов функций с помощью определения и с использованием свойств предела.

Тема 7. Первый и второй замечательные пределы. Эквивалентные функции (2 ч.)

Первый замечательный предел и следствия из него. Второй замечательный предел. Решение задач на вычисление пределов функций.

Тема 8. Эквивалентные функции. Вычисление пределов с помощью эквивалентных функций (2 ч.)

Эквивалентные функции. Таблица эквивалентных функций. Вычисление пределов с помощью эквивалентных функций

Тема 9. Контрольная работа (2 ч.)

Контрольная работа по теме: «Вычисление пределов»

Модуль 2. Теория пределов и непрерывность функции одной переменной (18 ч.)

Тема 10. Понятие непрерывности функции в точке. Односторонняя непрерывность. Свойства непрерывных функций в точке (2 ч.)

Понятие непрерывности функции в точке. Разные формы определения непрерывности функции в точке. Односторонняя непрерывность. Свойства непрерывных функций в точке

Тема 11. Понятие точки разрыва функции. Классификация точек разрыва. (2 ч.)

Понятие точки разрыва функции. Классификация точек разрыва. Исследование функций на непрерывность.

Тема 12. Непрерывность сложной функции. Применение непрерывности функции к вычислению пределов. (2 ч.)

Непрерывность сложной функции. Применение непрерывности функции к вычислению пределов. Вычисление пределов степенно-показательных функций.

Тема 13. Свойства функций непрерывных на отрезке. Непрерывность обратной функции (2 ч.)

Свойства функций непрерывных на отрезке. Непрерывность обратной функции. Применение к решению задач.

Тема 14. Исследование функций на непрерывность и построение графиков (2 ч.)

Исследование функций на непрерывность и построение графиков функций. исследование характера точек разрыва.

Тема 15. Вычисление пределов степенно-показательных функций. (2 ч.)

Применение непрерывности функций к вычислению пределов. Вычисление пределов

степенно-показательных функций. Решение задач.

Тема 16. Доопределение функции до непрерывной (2 ч.)

Доопределение функции до непрерывной. Анализ школьных задач на непрерывность функции.

Тема 17. Контрольная работа (2 ч.)

Контрольная работа по теме: «Непрерывность функции»

Тема 18. Итоговое занятие (2 ч.)

Занятие-семинар по пройденной теме с демонстрацией студентами полученных навыков

Модуль 3. Дифференциальное исчисление функций одной переменной (16 ч.)

Тема 19. Понятие производной и дифференциала функции в точке. Правила дифференцирования. (2 ч.)

Понятие производной функции. Нахождение производной с помощью определения. Понятие дифференцируемости и дифференциала функции в точке. Правила дифференцирования. Таблица производных. Решение задач на нахождение производных и дифференциалов.

Тема 20. Геометрический и физический смыслы производной и дифференциала. (2 ч.)

Решение задач на применение геометрического и физического смысла производной и дифференциала.

Тема 21. Производная и дифференциал сложной функции (2 ч.)

Решение задач на нахождение производной и дифференциала сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала. Решение задач. Производная степенно-показательной функции. Понятие логарифмической производной функции. Контрольная работа по теме: «Правила вычисления производных»

Тема 22. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница (2 ч.)

Решение задач на нахождение производных и дифференциалов высших порядков. Применение формулы Лейбница.

Тема 23. Применение первой производной. Правило Лопиталю, раскрытие неопределенностей. Формула Тейлора (2 ч.)

Вычисление пределов по правилу Лопиталю. Разложение функций по формуле Тейлора

Тема 24. Исследование функций на монотонность и экстремум с помощью производной (2 ч.)

Признак монотонности функций. Исследование функций на монотонность с помощью производной. Решение задач. Максимум и минимум функции. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия экстремума в терминах первой производной. Исследование функции на экстремум с помощью первой производной и старших производных.

Тема 25. Выпуклость функции, точки перегиба. Полное исследование функции и построение её графика (2 ч.)

Выпуклость функции на промежутке. Достаточное условие выпуклости. Необходимое условие перегиба. Достаточное условие перегиба. Схема полного исследования функции и построения графика функции. Решение задач.

Тема 26. Нахождение наименьшего и наибольшего значения функции на отрезке и интервале. Решение текстовых задач (2 ч.)

Нахождение наименьшего и наибольшего значения функции на отрезке и интервале. Решение текстовых задач на наименьшее и наибольшее значения с помощью производной.

Модуль 4. Интегральное исчисление функций одной переменной (18 ч.)

Тема 27. Первообразная и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла (2 ч.)

Первообразная и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Основные методы интегрирования: замена переменной и интегрирование по частям. Решение задач.

Тема 28. Интегрирование рациональных функций. Метод неопределенных коэффициентов. (2 ч.)

Интегрирование рациональных функций. Метод неопределенных коэффициентов.

Тема 29. Интегрирование рациональных тригонометрических выражений. Универсальная тригонометрическая подстановка. (2 ч.)

Интегрирование рациональных тригонометрических выражений. Универсальная тригонометрическая подстановка. Интегрирование простейших иррациональностей.

Тема 30. Интегрирование рациональных тригонометрических выражений (2 ч.)

Отработка навыка вычисления интегралов от рациональных и иррациональных тригонометрических выражений

Тема 31. Вычисление определенного интеграла (2 ч.)

Вычисление определенного интеграла. формула Ньютона-Лейбница

Тема 32. Методы вычисления определенного интеграла (2 ч.)

Вычисление определенного интеграла методом интегрирования по частям и заменой переменных. Тренинг.

Тема 33. Приложения определенного интеграла (2 ч.)

Геометрические приложения определенного интеграла. Решение задач на вычисление площадей и объемов.

Тема 34. Несобственные интегралы первого рода, их свойства и вычисление. (2 ч.)

Методы исследования несобственных интегралов первого рода на сходимость. Вычисление несобственных интегралов

Тема 35. Несобственные интегралы второго рода, их свойства и вычисление. (2 ч.)

Методы исследования несобственных интегралов второго рода на сходимость. Вычисление несобственных интегралов

Модуль 5. Теория рядов в действительной области (16 ч.)

Тема 36. Нахождение суммы и остатка ряда (2 ч.)

Вычисление суммы и остатка ряда. Исследование числового ряда на сходимость по определению.

Тема 37. Признаки Даламбера и Коши сходимости рядов с неотрицательными членами (2 ч.)

Признаки Даламбера и Коши сходимости рядов с неотрицательными членами. Исследование рядов на сходимость. Решение задач.

Тема 38. Интегральный признак сходимости рядов с неотрицательными членами (2 ч.)

Использование интегрального признака при решении задач на сходимость

Тема 39. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Признак Лейбница. (2 ч.)

Исследование знакопеременного ряда на сходимость при помощи признака Лейбница. Исследование рядов на абсолютную и условную сходимость. Контрольная работа по теме «Числовые ряды».

Тема 40. Функциональные последовательности и ряды. Область сходимости функционального ряда. (2 ч.)

Исследование области сходимости функциональных последовательностей и рядов. Решение задач

Тема 41. Нахождение области сходимости степенного ряда (2 ч.)

Радиус и интервал сходимости степенного ряда. Решение задач на нахождение области сходимости степенного ряда.

Тема 42. Разложение функций в степенные ряды. Ряд Тейлора. (2 ч.)
Решение задач на разложение элементарных функций в ряд Тейлора

Тема 43. Приложения степенных рядов (2 ч.)

Решение задач на приближенное вычисление величин, вычисления пределов при помощи разложения функции в степенной ряд

Модуль 6. Интегральное исчисление функций многих переменных (16 ч.)

Тема 44. Вычисление двойного интеграла сведением к повторному (2 ч.)

Понятие двойного интеграла и его свойства. Решение задач вычисления двойного интеграла сведением к повторному (случай прямоугольной области).

Тема 45. Вычисление двойного интеграла сведением к повторному (2 ч.)

Решение задач вычисления двойного интеграла сведением к повторному (случай произвольной области).

Тема 46. Замена переменных в двойном интеграле. Переход к полярным координатам. (2 ч.)

Замена переменных в двойном интеграле. Переход к полярным координатам. Решение задач.

Тема 47. Двойной интеграл и его приложения. (2 ч.)

Геометрический смысл двойного интеграла. Решение задач на приложения двойного интеграла.

Тема 48. Криволинейные интегралы первого рода (2 ч.)

Вычисление криволинейных интегралов первого рода. Решение задач.

Тема 49. Криволинейные интегралы второго рода (2 ч.)

Вычисление криволинейных интегралов второго рода. Решение задач.

Тема 50. Формула Грина-Остроградского (2 ч.)

Решение задач на реализацию формулы Грина. Связь криволинейного интеграла и двойного интеграла.

Тема 51. Контрольная работа (2 ч.)

Итоговое занятие. выполнение контрольной работы по модулю 8

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

6.1 Вопросы и задания для самостоятельной работы

Третий семестр (18 ч.)

Модуль 1. Действительные числа. Теория пределов (9 ч.)

Вид СРС: Выполнение индивидуальных заданий

Выполнение индивидуальных заданий

Вид СРС: Подготовка к тестированию

Выполнение заданий демонстрационного теста по модулю

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе

Выполнение заданий демонстрационного варианта контрольной работы по модулю.

Модуль 2. Теория пределов и непрерывность функции одной переменной (9 ч.)

Вид СРС: Выполнение индивидуальных заданий

Выполнение индивидуальных заданий

Вид СРС: Подготовка к тестированию

Выполнение заданий демонстрационного теста по модулю

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе

Выполнение заданий демонстрационного варианта контрольной работы по модулю.

Четвертый семестр (38 ч.)

Модуль 3. Дифференциальное исчисление функций одной переменной (19 ч.)

Вид СРС: Выполнение индивидуальных заданий

Выполнение индивидуальных заданий

Вид СРС: Подготовка к тестированию

Выполнение заданий демонстрационного теста по модулю

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе

Выполнение заданий демонстрационного варианта контрольной работы по модулю.

Модуль 4. Интегральное исчисление функций одной переменной (19 ч.)

Вид СРС: Выполнение индивидуальных заданий

Выполнение индивидуальных заданий.

Вид СРС: Подготовка к тестированию

Выполнение заданий демонстрационного теста по модулю

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе

Выполнение заданий демонстрационного варианта контрольной работы по модулю.

Пятый семестр (22 ч.)

Модуль 5. Теория рядов (11 ч.)

Вид СРС: Выполнение индивидуальных заданий
 Выполнение индивидуальных заданий
 Вид СРС: Подготовка к тестированию
 Выполнение заданий демонстрационного теста по модулю
 Вид СРС: Подготовка к контрольной работе
 Выполнение заданий демонстрационного варианта контрольной работы по модулю
Модуль 6. Интегральное исчисление функций многих переменных(11 ч.)
 Вид СРС: Выполнение индивидуальных заданий
 Выполнение индивидуальных заданий
 Вид СРС: Подготовка к тестированию
 Выполнение заданий демонстрационного теста по модулю
 Вид СРС: Подготовка к контрольной работе
 Выполнение заданий демонстрационного варианта контрольной работы по модулю.

7. Тематика курсовых работ(проектов)

Курсовые работы (проекты) по дисциплине не предусмотрены.

8. Оценочные средства для промежуточной аттестации

8.1. Компетенции и этапы формирования

№ п/п	Оценочные средства	Компетенции, этапы их формирования
1.	Социально-гуманитарный модуль	-
2.	Коммуникативный модуль	-
3.	Психолого-педагогический модуль	ПК-3
4.	Предметно-методический модуль	ПК-3, ПК-7
5.	Предметно-технологический модуль	ПК-3
6.	Учебно-исследовательский модуль	-

8.2. Показатели и критерии оценивания компетенций, шкалы оценивания

Шкала, критерии оценивания и уровень сформированности компетенции			
2 (не зачтено) ниже порогового	3 (зачтено) пороговый	4 (зачтено) базовый	5 (зачтено) повышенный
ПК-3 Способен реализовывать образовательные программы различных уровней в соответствии с современными методиками и технологиями, в том числе информационными, для обеспечения качества учебно-воспитательного процесса			
ПК-3.2. Осуществляет отбор предметного содержания, методов, приемов и технологий, в том числе информационных, обучения математике, организационных форм учебных занятий, средств диагностики в соответствии с планируемыми результатами обучения			
Не осуществляет отбор предметного содержания, методов, приемов и технологий, в том числе информационных, обучения математике, организационных форм учебных занятий, средств диагностики в соответствии с планируемыми результатами обучения	С существенными недочетами осуществляет отбор предметного содержания, методов, приемов и технологий, в том числе информационных, обучения математике, организационных форм учебных занятий, средств диагностики в соответствии с планируемыми результатами обучения	С отдельными недочетами осуществляет отбор предметного содержания, методов, приемов и технологий, в том числе информационных, обучения математике, организационных форм учебных занятий, средств диагностики в соответствии с планируемыми результатами обучения	Осуществляет отбор предметного содержания, методов, приемов и технологий, в том числе информационных, обучения математике, организационных форм учебных занятий, средств диагностики в соответствии с планируемыми результатами обучения
ПК-7 Способен проектировать индивидуальные образовательные маршруты обучающихся по			

преподаваемым учебным предметам			
ПК-7.1. Разрабатывает индивидуально ориентированные учебные материалы по математике и информатике с учетом индивидуальных особенностей обучающихся, их особых образовательных потребностей.			
Не разрабатывает индивидуально ориентированные учебные материалы по математике и информатике с учетом индивидуальных особенностей обучающихся, их особых образовательных потребностей.	С существенными недочетами разрабатывает индивидуально ориентированные учебные материалы по математике и информатике с учетом индивидуальных особенностей обучающихся, их особых образовательных потребностей.	С отдельными недочетами разрабатывает индивидуально ориентированные учебные материалы по математике и информатике с учетом индивидуальных особенностей обучающихся, их особых образовательных потребностей.	В совершенстве разрабатывает индивидуально ориентированные учебные материалы по математике и информатике с учетом индивидуальных особенностей обучающихся, их особых образовательных потребностей.

Уровень сформированности компетенции	Шкала оценивания для промежуточной аттестации	Шкала оценивания по БРС
	Экзамен (дифференцированный зачет)	
Повышенный	5 (отлично)	90 – 100%
Базовый	4 (хорошо)	76 – 89%
Пороговый	3 (удовлетворительно)	60 – 75%
Ниже порогового	2 (неудовлетворительно)	Ниже 60%

8.3. Вопросы промежуточной аттестации

Третий семестр (Экзамен, ПК-3, ПК-7)

1. Введите понятие множества. Определите операции над множествами, декартово произведение множеств, конечное и бесконечное множества.
2. Опишите счетные и несчетные множества. Докажите счетность множества рациональных чисел.
3. Опишите счетные и несчетные множества. Докажите существование несчетного множества.
4. Опишите, в чем заключается принцип математической индукции. Приведите примеры доказательств методом математической индукции.
5. Опишите числовые множества: натуральные, целые, действительные числа. Сравните свойства операций над числами.
6. Сформулируйте свойство непрерывности множества действительных чисел. Проиллюстрируйте на примере.
7. Дайте определение ограниченного множества, точных верхней и нижней граней множества. Сформулируйте и докажите принцип Вейерштрасса полноты действительных чисел в терминах точной верхней грани.
8. Дайте определение системы вложенных отрезков. Сформулируйте и докажите принцип полноты Кантора (принцип вложенных отрезков).
9. Дайте определение предельной точки множества. Сформулируйте принцип Больцано-Вейерштрасса.
10. Дайте определение отображения, инъекции, сюръекции, биекции. Приведите примеры.
11. Опишите способы задания и график функции. Сформулируйте определения: монотонной функции, периодической функции, четной и нечетной функции. Приведите

примеры.

12. Дайте определение композиции функций. Приведите примеры. Введите понятие обратной функции.

13. Перечислите основные элементарные функции. Дайте определение степенной функции: с натуральным, целым и рациональным показателями, опишите её свойства и график. Приведите примеры.

14. Перечислите основные элементарные функции. Дайте определение показательной функции и опишите её свойства и график.

15. Перечислите основные элементарные функции. Дайте определение логарифмической функции и опишите её свойства и график.

16. Дайте определение тригонометрическим и обратным тригонометрическим функциям, опишите их свойства и график.

17. Введите понятие предела последовательности. Дайте разные определения предела последовательности. Докажите единственность предела.

18. Введите понятие бесконечно малой последовательности. Опишите и докажите свойства бесконечно малых последовательностей. Приведите примеры.

19. Дайте определение ограниченной и неограниченной последовательности. Приведите примеры. Докажите теорему об ограниченности сходящейся последовательности

20. Опишите и докажите связь бесконечно больших и бесконечно малых последовательностей.

21. Докажите свойства сходящихся последовательностей (ограниченность, сохранение знака).

22. Сформулируйте и докажите арифметические свойства предела последовательности.

23. Докажите теорему о предельном переходе в неравенствах для последовательностей.

24. Докажите теорему о пределе промежуточной последовательности (оценочный признак существования предела последовательности).

25. Дайте определение монотонной последовательности. Докажите теорему Вейерштрасса о пределе монотонной и ограниченной последовательности.

26. Сформулируйте и докажите второй замечательный предел. Покажите способы применения замечательного предела в вычислительных задачах.

27. Опишите точки сгущения последовательности. Дайте определение частичных пределов. Сформулируйте понятие подпоследовательности. Докажите теорему о точке сгущения последовательности.

28. Сформулируйте и докажите теорему Больцано-Вейерштрасса о точке сгущения ограниченной последовательности.

29. Введите понятие последовательности Коши. Сформулируйте и докажите критерий Коши существования предела последовательности.

30. Дайте различные определения предела функции в точке, докажите единственность предела.

31. Опишите функции, бесконечно малые в точке и докажите их свойства.

32. Опишите связь бесконечно больших и бесконечно малых функций в точке.

33. Сформулируйте и докажите оценочный признак существования предела функции.

34. Докажите первый замечательный предел

35. Сформулируйте и докажите арифметические свойства предела функции.

36. Сформулируйте и докажите свойства функций, имеющих предел в точке.

37. Введите понятие односторонних пределов функции и на конкретных примерах покажите их вычисление.

38. Докажите теорему о пределе сложной функций.

39. Сравните асимптотическое поведение функций. Дайте определение функциям, эквивалентным в точке. Докажите теорему о замене эквивалентных функций в произведении.

40. Напишите таблицу функций, эквивалентных в точке. Опишите правила нахождения пределов с использованием функций, эквивалентных в точке.

41. Сформулируйте и докажите лемму Бореля – Лебега о покрытии отрезка интервалами.

42. Дайте определение непрерывности функции в точке. Опишите локальные свойства непрерывных функций.

43. Сформулируйте определение непрерывности функции в точке и на множестве. Приведите примеры непрерывных и разрывных функций. Опишите точки разрыва функции

44. Докажите теорему об ограниченности функции, непрерывной на отрезке.

45. Докажите теорему о нуле непрерывной на отрезке функции.

46. Докажите теорему о промежуточных значениях функции, непрерывной на отрезке.

47. Докажите теорему о достижении функцией, непрерывной на отрезке, своих точных верхней и нижней граней.

48. Дайте определение равномерной непрерывности функции на множестве, сформулируйте утверждение о равномерной непрерывности функции, непрерывной на отрезке.

Четвертый семестр (Экзамен, ПК-3, ПК-7)

1. Сформулируйте определения производной функции в точке и дифференцируемости функции в точке. Сформулируйте и докажите необходимое и достаточное условия дифференцируемости функции.

2. Опишите геометрический и физический смыслы производной и дифференциала функции в точке. Введите уравнение касательной и опишите ее свойства.

3. Объясните с доказательством как проводить дифференцирование сложной функции.

4. Объясните с доказательством как находить производную обратной функции.

5. Объясните, в чем заключается инвариантность формы первого дифференциала. Приведите пример.

6. Запишите правила дифференцирования. Доказать. Проиллюстрируйте примерами

7. Запишите таблицу производных и проведите вывод производных элементарных функций.

8. Дайте определение производной высшего порядка. Сформулируйте правило Лейбница и Покажите, как оно применяется.

9. Дайте определение дифференциала высшего порядка. Покажите неинвариантность формы второго дифференциала

10. Покажите, как проводить дифференцирование функции, заданной параметрически.

11. Сформулируйте и докажите необходимое условие локального экстремума (теорему Ферма).

12. Сформулируйте и докажите теорему Ролля о нуле производной.

13. Сформулируйте и докажите теорему Лагранжа о среднем. Покажите геометрический смысл этой теоремы.

14. Сформулируйте и докажите теорему Коши – о среднем.

15. Сформулируйте и докажите правило Лопиталя раскрытия неопределенностей (0/0)

16. Сформулируйте и покажите применение правила Лопиталя раскрытия неопределенностей (∞/∞)

17. Сформулируйте и докажите локальную формула Тейлора. Приведите примеры разложений функции по формуле Тейлора

18. Запишите формулу Маклорена как частный случай формулы Тейлора. Обоснуйте асимптотическое разложение элементарных функций $\sin x$, $\cos x$.

19. Запишите формулу Маклорена как частный случай формулы Тейлора. Обоснуйте асимптотическое разложение показательной функции.

20. Запишите формулу Маклорена как частный случай формулы Тейлора. Обоснуйте асимптотическое разложение $\ln(1+x)$.

21. Запишите формулу Маклорена как частный случай формулы Тейлора. Обоснуйте асимптотическое разложение $(1+x)^\alpha$.

22. Сформулируйте и обоснуйте связь между монотонностью дифференцируемой функции и знаком ее производной. Проиллюстрируйте на конкретных примерах.

23. Введите понятие локального экстремума функции одной действительной переменной. Сформулируйте необходимое условие существования локального экстремума дифференцируемой функции. Сформулируйте и докажите достаточное условие существования локального экстремума.

24. Введите понятие локального экстремума функции одной действительной переменной. Сформулируйте и докажите достаточное условие существования локального экстремума (по знаку высшей производной).

25. Сравните имеющиеся достаточные условия существования локального экстремума. Оцените преимущество и недостатки их применения. Приведите примеры, иллюстрирующие применимость одного из них и неприменимость другого при исследовании на локальный экстремум.

26. На основе взаимного расположения графика функции и касательной к графику функции введите понятие выпуклости графика функции в точке, на промежутке, точек перегиба. Сформулируйте и обоснуйте достаточные условия выпуклости графика функции и существования точек перегиба по знаку второй производной.

27. Проанализируйте поведение графика функции при неограниченном удалении от начала координат. Сформулируйте понятие асимптоты и обоснуйте правила вычисления асимптот. Приведите примеры, иллюстрирующие полученные формулы.

28. Систематизируйте методы исследования функции с помощью производной и без нее в схеме исследования функции и построения ее графика.

29. Сформулируйте задачу восстановления функции по ее производной. Объясните понятие первообразной функции. Приведите примеры. Докажите основное свойство первообразных. Сформулируйте правила нахождения первообразных и проиллюстрируйте их.

30. Введите понятие неопределенного интеграла и объясните его геометрический смысл. Сформулируйте и докажите основные свойства неопределенного интеграла. Опишите таблицу основных неопределенных интегралов.

31. Опишите методы вычисления неопределенного интеграла: непосредственного интегрирования, замены переменной, интегрирования по частям. Приведите примеры.

32. Объясните, в каких случаях применяется метод интегрирования по частям и метод подведения под знак дифференциала. Что означает приведение интеграла к самому себе, в каком методе это применяется?

33. Объясните, что такое рациональная дробь, правильная (неправильная) дробь, элементарная (простейшая) дробь. Опишите схему интегрирования правильных рациональных дробей. Проиллюстрируйте на конкретном примере.

34. Опишите типы элементарных (простейших) рациональных дробей. И сформулируйте правила их интегрирования. Приведите примеры. Опишите общую схему интегрирования рациональных функций.

35. Объясните правила интегрирования рациональных тригонометрических выражений, применение универсальной тригонометрической подстановки и формул тригонометрии. Приведите примеры.

36. Объясните правила вычисления интегралов вида $\int \sin^m x \cos^n x dx$ и $\int \sin ax \cos bx dx$. Приведите примеры.

37. Объясните правило интегрирования дробно-линейных иррациональностей вида $R\left(x, \sqrt[n]{\frac{ax+b}{cx+d}}\right)$. Приведите пример.

38. Объясните правило интегрирования дифференциального бинома. Опишите интегралы, не выражающиеся через элементарные функции.

39. Сформулируйте задачи, приводящие к понятию определенного интеграла, и объясните метод их решения. Введите понятия интегральной суммы Римана и её предела.

40. Введите понятие определенного интеграла, сформулируйте необходимое условие интегрируемости по Риману и докажите его.

41. Сформулируйте свойства определенного интеграла, выражаемые равенствами,

докажите одно из них.

42. Объясните свойство аддитивности определенного интеграла. В чем особенности вычисления определенного интеграла четной и нечетной функций по симметричному промежутку? Ответ проиллюстрируйте геометрически.

43. Сформулируйте свойства определенного интеграла, выражаемые неравенствами, и докажите одно из них.

44. Сформулируйте и докажите теорему о среднем значении для интеграла Римана, приведите её геометрическую интерпретацию.

45. Выведите формулу для нахождения площади криволинейной трапеции. Приведите примеры её применения.

46. Опишите понятия верхней и нижней сумм Дарбу. Сформулируйте их свойства. Приведите геометрическую интерпретацию.

47. Введите понятия верхнего и нижнего интегралов Дарбу. Сформулируйте критерий интегрируемости Дарбу. Приведите геометрическую интерпретацию.

48. Сформулируйте и докажите критерий интегрируемости по Риману и следствие из него.

49. Сформулируйте и докажите интегрируемость по Риману функции, непрерывной на отрезке.

50. Сформулируйте и докажите интегрируемость по Риману функции, монотонной на отрезке.

51. Введите понятие определенного интеграла с переменным верхним пределом. Сформулируйте теорему о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом и докажите её.

52. Докажите теорему о дифференцируемости интеграла с переменным верхним пределом. Сформулируйте теорему о существовании первообразной функции для непрерывной функции.

53. Сформулируйте и докажите основную теорему интегрального исчисления. Приведите примеры использования формулы Ньютона-Лейбница при вычислении определенного интеграла.

54. Сформулируйте теорему о замене переменной в определенном интеграле. Укажите особенность применения метода замены переменной в определенном интеграле.

55. Сформулируйте и докажите теорему о вычислении определенного интеграла методом интегрирования по частям. Приведите пример.

56. Обобщите интеграл Римана на случай неограниченного промежутка. Введите понятие несобственного интеграла *первого рода*. Объясните способ его вычисления и обобщенную формулу Ньютона-Лейбница. Приведите примеры сходящегося и расходящегося интегралов.

57. Сформулируйте признаки сравнения и следствия из них для несобственных интегралов с бесконечными пределами от неотрицательных функций. Проанализируйте и сравните сходимость интеграла от функции $\frac{1}{x^\alpha}$ на луче $[1, +\infty)$ в зависимости от значений параметра α .

58. Обобщите интеграл Римана на случай функции, неограниченной на отрезке. Введите понятие несобственного интеграла *второго рода*. Приведите примеры сходящегося и расходящегося интегралов.

59. Сформулируйте определение несобственного интеграла от неограниченной функции (*второго рода*). Объясните его геометрический смысл и правила вычисления. Опишите свойства этого интеграла.

60. Сформулируйте признаки сравнения и следствия из них для несобственных интегралов от неотрицательных и неограниченных функций.

62. Опишите способы вычисления площади фигуры с помощью определенного интеграла в декартовых координатах. Приведите пример.

63. Опишите способ вычисления площади фигуры, ограниченной линией, заданной параметрическими уравнениями, с помощью определенного интеграла. Приведите пример.

64. Опишите способ вычисления площади фигуры, ограниченной линией, заданной в полярных координатах, с помощью определенного интеграла. Приведите пример.

65. Опишите способ вычисления объема тела вращения с помощью определенного интеграла в декартовых координатах. Приведите пример.

66. Опишите способ вычисления объема тела вращения с помощью определенного интеграла при параметрическом задании кривой. Приведите пример.

67. Опишите способ вычисления объема тела вращения с помощью определенного интеграла при задании кривой в полярных координатах. Приведите пример.

68. Опишите способ вычисления площади поверхности вращения с помощью определенного интеграла в декартовых координатах. Приведите пример.

69. Опишите способ вычисления площади поверхности вращения с помощью определенного интеграла при параметрическом задании кривой. Приведите пример.

70. Сформулируйте определения спрямляемой кривой и гладкой кривой. Опишите способ вычисления длины дуги кривой с помощью определенного интеграла в декартовых координатах. Приведите пример.

71. Опишите способ вычисления длины дуги кривой с помощью определенного интеграла при параметрическом задании кривой и в полярных координатах. Приведите примеры.

Пятый семестр (Экзамен, ПК-3, ПК-7)

1. Введите понятие числового ряда и его суммы, сходящегося и расходящегося ряда. Приведите примеры школьного курса алгебры, иллюстрирующие это понятие.

2. Введите понятие сходящегося и расходящегося числового ряда. Докажите простейшие свойства сходящихся рядов: умножение на константу и сумма сходящихся рядов.

3. Введите понятие n -го остатка ряда. Сравните сходимость ряда и его любого остатка. Объясните, как изменится сходимость ряда, если в нем отбросить конечное число членов.

4. Докажите необходимое условие сходимости ряда. На примере гармонического ряда покажите, что оно не является достаточным. Сформулируйте достаточное условие расходимости числового ряда.

5. Объясните, как исследовать сходимость рядов с неотрицательными членами. Сформулируйте и докажите признак сравнения для рядов с неотрицательными членами в неопределенной форме. Приведите примеры.

6. Объясните, как исследовать сходимость рядов с неотрицательными членами. Сформулируйте и докажите признак сравнения для рядов с неотрицательными членами в предельной форме. Приведите примеры.

7. Сформулируйте и докажите признак Даламбера сходимости рядов с неотрицательными членами. Проиллюстрируйте примерами.

8. Сформулируйте и докажите радикальный признак Коши сходимости рядов с неотрицательными членами. Проиллюстрируйте примерами.

9. Сформулируйте и докажите интегральный признак сходимости рядов с неотрицательными членами. Проиллюстрируйте примерами.

10. Сформулируйте интегральный признак сходимости ряда. Введите понятие обобщенного гармонического ряда. Исследуйте обобщенный гармонический ряд на сходимость.

11. Введите понятие знакопеременного ряда. Докажите признак Лейбница.

12. Введите понятие знакопеременного ряда. Сформулируйте признак Лейбница. Покажите применение этого признака к приближенным вычислениям.

13. Введите понятие абсолютно сходящегося ряда и сформулируйте его свойства. Проиллюстрируйте примерами.

14. Сформулируйте и докажите теорему о перестановке членов абсолютно сходящегося ряда.

15. Введите понятие условно сходящегося ряда. Сформулируйте теорему Римана о перестановке членов условно сходящегося ряда. Проиллюстрируйте примерами.

16. Введите понятие функционального ряда. Объясните, как определять область

сходимости функционального ряда.

17. Сформулируйте определение равномерной сходимости функционального ряда на множестве и приведите примеры равномерно и неравномерно сходящихся функциональных рядов.

18. Сформулируйте и докажите признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.

19. Сформулируйте свойства равномерно сходящихся функциональных рядов непрерывных функций. Сформулируйте достаточное условие неравномерной сходимости

20. Сформулируйте теорема о почленном интегрировании функционального ряда. Приведите примеры применения этой теоремы.

21. Сформулируйте теорему о почленном дифференцировании функционального ряда. Приведите примеры применения этой теоремы.

22. Сформулируйте критерий Коши равномерной сходимости функционального ряда.

23. Введите понятие степенного ряда над полем действительных чисел. Сформулируйте и докажите теорему Абеля.

24. Обоснуйте правила вычисления радиуса сходимости степенного ряда. Приведите различные формулы для вычисления радиуса сходимости и примеры применения этих формул.

25. Сформулируйте и докажите теорему о почленном интегрировании и дифференцировании степенного ряда. Приведите примеры использования этой теоремы.

26. Объясните, как записывается ряд Тейлора функции. Докажите достаточное условие сходимости ряда Тейлора.

27. Обоснуйте разложение в ряд функций e^x , $\sinh x$, $\cosh x$ и покажите применение этих разложений.

28. Обоснуйте разложение в ряд функций $\cos x$, $\sin x$ и покажите применение этих разложений.

29. Обоснуйте разложение в ряд функции $\ln(1+x)$ и покажите применение этого разложения.

30. Обоснуйте разложение в ряд функции $(1+x)^a$ и покажите применение этого разложения.

31. Введите понятие измеримого множества в $\mathbb{R}^2$. Сформулируйте свойства квадратуемых и кубируемых множеств. Приведите примеры.

32. Введите определение двойного интеграла и сформулируйте его свойства. Сформулируйте теорему о существовании двойного интеграла от непрерывной функции

33. Опишите и обоснуйте правила вычисления двойного интеграла сведением его к повторному. Проиллюстрируйте примерами

34. Объясните, как производить изменение порядка интегрирования в повторном интеграле. Приведите примеры.

35. Объясните, как проводить замену переменных в двойном интеграле. Объясните, как переходить в двойном интеграле к полярным координатам. Приведите примеры.

36. Приведите примеры геометрического и физического приложений двойных интегралов.

37. Опишите криволинейные интегралы 1-го рода и их геометрический смысл. Сформулируйте основные свойства этих интегралов и опишите процесс их вычисления. Приведите примеры.

38. Опишите криволинейные интегралы 2-го рода и процесс их вычисления. Установите связь этих интегралов с определенным интегралом. Сформулируйте основные свойства криволинейных интегралов 2-го рода. Приведите примеры.

39. Запишите формулу Грина-Остроградского, устанавливающую связь криволинейного интеграла 2-го рода общего вида с двойным интегралом.

40. Опишите условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования. Проиллюстрируйте на конкретном примере.

8.5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Промежуточная аттестация проводится в форме экзамена.

Экзамен по дисциплине или ее части имеет цель оценить сформированность общекультурных, профессиональных и специальных компетенций, теоретическую подготовку студента, его способность к творческому мышлению, приобретенные им навыки самостоятельной работы, умение синтезировать полученные знания и применять их при решении практических задач.

Собеседование (устный ответ) на экзамене

Для оценки сформированности компетенции посредством собеседования (устного ответа) студенту предварительно предлагается перечень вопросов или комплексных заданий, предполагающих умение ориентироваться в проблеме, знание теоретического материала, умения применять его в практической профессиональной деятельности, владение навыками и приемами выполнения практических заданий.

При оценке достижений студентов необходимо обращать особое внимание на:

- усвоение программного материала;
- умение излагать программный материал научным языком;
- умение связывать теорию с практикой;
- умение отвечать на видоизмененное задание;
- владение навыками поиска, систематизации необходимых источников литературы по изучаемой проблеме;
- умение обосновывать принятые решения;
- владение навыками и приемами выполнения практических заданий;
- умение подкреплять ответ иллюстративным материалом.

Устный ответ на экзамене

При определении уровня достижений студентов на экзамене необходимо обращать особое внимание на следующее:

- дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос;
- показана совокупность осознанных знаний об объекте, проявляющаяся в свободном оперировании понятиями, умении выделить существенные и несущественные его признаки, причинно-следственные связи;
- знание об объекте демонстрируется на фоне понимания его в системе данной науки и междисциплинарных связей;
- ответ формулируется в терминах науки, изложен литературным языком, логичен, доказателен, демонстрирует авторскую позицию студента;
- теоретические постулаты подтверждаются примерами из практики.

Тесты

При определении уровня достижений студентов с помощью тестового контроля необходимо обращать особое внимание на следующее:

- оценивается полностью правильный ответ;
- преподавателем должна быть определена максимальная оценка за тест, включающий определенное количество вопросов;
- преподавателем может быть определена максимальная оценка за один вопрос теста;
- по вопросам, предусматривающим множественный выбор правильных ответов, оценка определяется исходя из максимальной оценки за один вопрос теста.

Письменная контрольная работа

Виды контрольных работ: аудиторные, домашние, текущие, экзаменационные, письменные, графические, практические, фронтальные, индивидуальные.

Система заданий письменных контрольных работ должна:

- выявлять знания студентов по определенной дисциплине (разделу дисциплины);
- выявлять понимание сущности изучаемых предметов и явлений, их закономерностей;

- выявлять умение самостоятельно делать выводы и обобщения;
- творчески использовать знания и навыки. Требования к контрольной работе по тематическому содержанию соответствуют устному ответу. Также контрольные работы могут включать перечень практических заданий.

9. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная литература

1. Асланов, Р. М. Математический анализ: краткий курс [Электронный ресурс] : учебное пособие для студентов высших учебных заведений / Р. М. Асланов, О. В. Ли, Т. Р. Мурадов. – М. : Прометей, 2014. – 284 с. – Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=426687&sr=1
2. Капкаева, Л. С. Математический анализ: Теория пределов. Дифференциальное исчисление : учеб. пособие для студентов бакалавриата вузов по направлению «Пед. образование» (профиль «Математика») / Л. С. Капкаева ; Мордов. гос. пед. ин-т. – Саранск, 2013. – 243 с.
3. Математический анализ : учеб. пособие для бакалавров / под общ. ред. А. М. Кытманова. – М. : Юрайт, 2014. – 607 с.
4. Тер-Криков, А. М. Курс математического анализа : учеб. пособие для вузов / А. М. Тер-Криков, М. И. Шабунин. – 5-е изд. - М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. – 672 с.

Дополнительная литература

1. Долгополова, А. Ф. Руководство к решению задач по математическому анализу [Электронный ресурс] : учебное пособие / А. Ф. Долгополова, Т. А. Колодяжная. - Ставрополь : Ставропольский государственный аграрный университет, 2012. – 168 с. – Режим доступа: <http://www.biblioclub.ru>
2. Гурьянова, К. Н. Математический анализ [Электронный ресурс] : учебное пособие / К. Н. Гурьянова, У. А. Алексеева, В. В. Бояршинов. - Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2014. – 332 с. – Режим доступа: <http://www.biblioclub.ru>

10. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. <http://school-collection.edu.ru> – Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов
2. http://www.matburo.ru/st_subject.php?p=ma – Математический анализ: учебники, лекции, сайты, примеры. В данном разделе предлагаются ссылки на лучшие материалы по математическому анализу.

11. Методические указания обучающимся по освоению дисциплины (модуля)

При освоении материала дисциплины необходимо:

- спланировать и распределить время, необходимое для изучения дисциплины;
- конкретизировать для себя план изучения материала;
- ознакомиться с объемом и характером внеаудиторной самостоятельной работы для полноценного освоения каждой из тем дисциплины.

Сценарий изучения курса:

- проработайте каждую тему по предлагаемому ниже алгоритму действий;
- регулярно выполняйте задания для самостоятельной работы, своевременно отчитывайтесь преподавателю об их выполнении;
- изучив весь материал, проверьте свой уровень усвоения содержания дисциплины и готовность к сдаче зачета/экзамена, выполнив задания и ответив самостоятельно на примерные вопросы для промежуточной аттестации.

Алгоритм работы над каждой темой:

- изучите содержание темы вначале по лекционному материалу, а затем по другим источникам;
- прочитайте дополнительную литературу из списка, предложенного преподавателем;

- выпишите в тетрадь основные понятия и категории по теме, используя лекционный материал или словари, что поможет быстро повторить материал при подготовке к промежуточной аттестации;
 - составьте краткий план ответа по каждому вопросу, выносимому на обсуждение на аудиторном занятии;
 - повторите определения терминов, относящихся к теме;
 - продумайте примеры и иллюстрации к обсуждению вопросов по изучаемой теме;
 - подберите цитаты ученых, общественных деятелей, публицистов, уместные с точки зрения обсуждаемой проблемы;
 - продумывайте высказывания по темам, предложенным к аудиторным занятиям.
- Рекомендации по работе с литературой:
- ознакомьтесь с аннотациями к рекомендованной литературе и определите основной метод изложения материала того или иного источника;
 - составьте собственные аннотации к другим источникам, что поможет при подготовке рефератов, текстов речей, при подготовке к промежуточной аттестации;
 - выберите те источники, которые наиболее подходят для изучения конкретной темы;
 - проработайте содержание источника, сформулируйте собственную точку зрения на проблему с опорой на полученную информацию.

12. Перечень информационных технологий

Реализация учебной программы обеспечивается доступом каждого студента к информационным ресурсам – электронной библиотеке и сетевым ресурсам Интернет. Для использования ИКТ в учебном процессе используется программное обеспечение, позволяющее осуществлять поиск, хранение, систематизацию, анализ и презентацию информации, экспорт информации на цифровые носители, организацию взаимодействия в реальной и виртуальной образовательной среде.

Индивидуальные результаты освоения дисциплины студентами фиксируются в электронной информационно-образовательной среде университета.

12.1 Перечень программного обеспечения

1. Microsoft Windows 7 Pro
2. Microsoft Office Professional Plus 2010
3. 1С: Университет ПРОФ

13. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Учебная аудитория для проведения учебных занятий (№ 320).

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещение оснащено оборудованием и техническими средствами обучения.

Основное оборудование:

Автоматизированное рабочее место в составе (учебный мультимедийный комплекс трибуна, гарнитура, проектор, интерактивная доска), магнитно-маркерная доска.

Учебно-наглядные пособия:

Презентации.

Лицензионное программное обеспечение:

- Microsoft Windows 7 Pro – Лицензия № 49399303 от 28.11.2011 г.
- Microsoft Office Professional Plus 2010 – Лицензия № 49399303 от 28.11.2011 г.
- 1С: Университет ПРОФ – Лицензионное соглашение № 10920137 от 23.03.2016 г.

Учебная аудитория для проведения учебных занятий (107).

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещение оснащено оборудованием и техническими средствами обучения.

Основное оборудование:

Автоматизированное рабочее место в составе (системный блок, монитор, клавиатура, мышь, гарнитура, проектор, интерактивная доска), магнитно-маркерная доска

Учебно-наглядные пособия:

Презентации.

Лицензионное программное обеспечение:

– Microsoft Windows 7 Pro – Лицензия № 49399303 от 28.11.2011 г.

– Microsoft Office Professional Plus 2010 – Лицензия № 49399303 от 28.11.2011 г.

1С: Университет ПРОФ – Лицензионное соглашение № 10920137 от 23.03.2016.

Помещение для самостоятельной работы (№ 225).

Помещение оснащено оборудованием и техническими средствами обучения.

Основное оборудование:

Компьютерная техника с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета (персональный компьютер 10 шт.).

Учебно-наглядные пособия:

Презентации.

Лицензионное программное обеспечение:

– Microsoft Windows 7 Pro – Лицензия № 49399303 от 28.11.2011 г.

– Microsoft Office Professional Plus 2010 – Лицензия № 49399303 от 28.11.2011 г.

– 1С: Университет ПРОФ – Лицензионное соглашение № 10920137 от 23.03.2016 г.